# RUANG VEKTOR rev

Field

* K ≠ Ø, didefinisikan operasi + dan \*

{K, + , \*} disebut Field jika memenuhi sifat-sifat berikut:

1. Setiap , K maka

 +  K, K tertutup terhadap +

 \*  K, K tertutup terhadap\*

1. Setiap , , K maka

(+ ) +  =+ ( + ), Hk. Asosiatif +

1. Setiap K, terdapat 0K, demikian sehingga
2. +  =  + 0 = , 0 disebut elemen identitas +

## 4. Setiap K, terdapat -K, demikian sehingga

## (-) +  =  + (-) = 0, (- disebut invers + dari )

## Setiap , K maka

##  +  =  + , hk. Komutatif +

## Setiap , , K maka

## (\*)\* =\* (\* ), hk. Asosiatif \*

1. Setiap , , K berlaku hk. Distributif:

\* (  +  )= \* + \*

## (  +  )\* = \* + \*

1. Setiap , K maka

\* = \*, hk. Komutatif \*

1. Setiap K, terdapat 1K, demikian sehingga

1\* = \*1=  , untuk setiap K, (1 identitas \*)

1. Setiap K dan  0, terdapat -1K, demikian sehingga

-1\* = \*-1= 1, (-1 invers \* dari )

Elemen elemen field K adalah skalar

## Contoh Field:

* + Himp. Bilangan Rasional Q
  + Himp. Bilangan Riil R
  + Himp. Bilangan Compleks C

RUANG VEKTOR ATAS FIELD

Misal { V, +, \* } , V adalah himpunan vektor dan didefinisikan operasi + antara ***u***, **v**V dan

operasi \* antara **u** V dengan  K,

V disebut *Ruang Vektor atas suatu Field K* jika:

1. Setiap **u**, **v**V dan K maka

**u**+**v**V, (tertutup +)

\***u**V (tertutup perkalian skalar )

1. Setiap **u**, **v**, **w**V maka

(**u**+**v**)+**w**= **u**+(**v**+**w**), hk. Asosiatif +

1. Setiap **u**, **v**V dan K maka

\*(**u**+**v**)= \***u**+\***v**, hk. Distributif

1. Setiap **u**V, terdapat vektor nol **0**V, demikian sehingga **0** + **u** = **u** + **0** = **u**
2. Setiap **u**V, terdapat elemen negatif -**u**V sedemikian sehingga (- **u**) + **u** = **u** +(- **u**) = 0
3. Setiap **u**,**v**V maka **u** + **v** = **v** + **u**, hk. komutatif
4. Setiap **u**V, dan , K berlaku

(+)\* **u**=(\***u**)+(\***u**), dan ()\* **u** =  (\***u**)

1. Setiap **u**V berlaku **1**\***u**= **u**, dimana **1** adalah elemen satuan dari K

Anggota dari ruang vektor disebut vektor

## V adalah himpunan vektor R2. Tunjukkan apakah V ruang vektor terhadap operasi yang diberikan:

1. [a,b] + [c,d] = [a+d, b+c];

[a,b] = [a, ab]

b. [a,b] + [c,d] = [a+c, b+d]; [a,b] = [a, b]

c. [a,b] + [c,d] = [0,0]; [a,b] = [a,ab]

2. Apakah polinomial derajat n merupakan Ruang vektor?

# RUANG VEKTOR BAGIAN

V adalah ruang vektor, W adalah subset V.

W merupakan *ruang vektor bagian* dari V jika W tertutup terhadap operasi penjumlahan dan perkalian skalar yang didefinisikan pada V

Dengan kata lain:

1. Setiap **a**, **b**W maka **a**+**b**W
2. Setiap **a**W, K maka **a**W

Contoh bidang yang melalui titik (0, 0, 0) merupakan ruang vektor bagian dari R3

Periksalah apakah W merupakan ruang vektor bagian R3

W suatu ruang vektor bagian bila

**u**, **v**W, **u**+ **v**W

K maka **u**W

Contoh

1. W = {[a,b,c] | a= 2b}

Misalkan **u**=[2b1,b1,c1], **v**=[2b2,b2,c2]

**u**+**v**=[2b1,b1,c1]+[2b2,b2,c2]= [2b1+2b2, b1+b2, c1+c2]

= [2(b1+b2), b1+b2, c1+c2] W

.**u**= . [2b1,b1,c1]= [2b1, b1, c1] W

Jadi W = {[a,b,c]| a= 2b} merp. ruang vektor bagian R3

1. W= {[a,b,c]| a ≤ b ≤ c}

Misalkan **u**=[a1,b1,c1], **v**=[a2,b2,c2], dimana ai ≤ bi ≤ ci

**u**+**v**=[ a1,b1,c1]+[ a2,b2,c2]= [a1+a2, b1+b2, c1+c2]

a1+a2≤ b1+b2≤ c1+c2

[a1+a2, b1+b2, c1+c2] W

.**u**= . [a1,b1,c1]= [a1, b1, c1] W, bila ≥0

a1≤ b1≤ c1

Jadi W={[a,b,c]|a ≤ b ≤ c } mrp. ruang vektor bagian R3

3 W = {[a,b,c] | a= c2 }, apakah W mrp. ruang vektor bagian R3?

## Vektor bebas linier dan bergantung linier

## Definisi:

Himpunan m buah vektor {**u**1, **u**2, ..., **u**m} disebut:

*bergantung linier* atau *tidak bebas linier* bila

terdapat skalar-skalar 1, 2, …, m yang *tidak semua nol* sedemikian sehingga 1**u**1+ 2**u**2+ ... + m**u**m= **0**

(**0**= vektor nol).

*bebas Linier* (linearly independent), yaitu apabila

1**u**1+ 2**u**2+ ... + m**u**m= **0** hanya memiliki solusi

1= 2= … = m= 0

Catatan:

* Jika m=1 maka himpunan hanya mempunyai satu anggota sehingga
  + **u**= **0** akan bergantung linier karena  **0**= **0** 0
  + **u** **0** akan bebas linier karena

 **u**= **0**= 0

* Jika dalam himpunan terdapat vektor **0**, misalnya

{**u**1, **u**2 ,…, **0**,..., **u**m}, maka himpunan tersebut bergantung linier karena

1**u**1+ 2**u**2+ .... + i**0**+ ... + m**u**m = **0**, i≠ 0.

Contoh:

**a**= [-2,2,3], **b**= [-3,2,-2], **c**= [0,0,0]; ada vektor **0**

* Bila **u** dan **v** dua vektor yang berkelipatan **u**= **v** maka kedua vektor tersebut bergantung linier.

Contoh:

**a**= [1,2,3], **b**= [2,4,6], **c**= [1,3,4]; disini **b**=2**a**

**a**= [2,1,4], **b**= [-3,2,-2], **c**= [1,4,6]; disini **c**=2**a**+**b**

* Jika sebagian (himpunan bagian) dari m vektor- vektor {**u**1, **u**2, …, **u**m} bergantung linier maka keseluruhannya m vektor tersebut bergantung linier.
* Jika himpunan m vektor-vektor {**u**1, **u**2, …, **u**m} bebas linier maka himpunan bagiannya juga bebas, namun tidak berlaku sebaliknya.